Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Minimizaci´on de aut´omatas y

operaciones sobre los lenguajes regulares

U.D. Computaci´on

DSIC - UPV

2017-18

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 1 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Indice

Operaciones de cierre

Minimizaci´on de AFDs

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 2 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Operaciones de cierre

Un conjunto C es cerrado bajo una operaci´on · si y solamente si para cualquier elementos x, y ∈ C, x · y ∈ C. Ejemplos

Sea C = {L ⊆ Σ∗| L es finito } entonces la uni´on y la intersecci´on son operaciones de cierre para C, mientra que la operaci´on complementario no lo es.

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 3 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Operaciones de cierre

Para estudiar las operaciones de cierre, haremos operaciones sobre los siguientes aut´omatas.

AFD A1 no completo. L(A1) = {(ab)n| n ≥ 0}.

a

1 2

b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 4 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Operaciones de cierre

AFD A2 completo. L(A2) = {(ab)n| n ≥ 0}. a

1 2

b

ba

3

a,b

AFD A3 completo. L(A3) = {x ∈ {a, b}∗| |x|a > 0}. b a,b

a

A B

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 5 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Intersecci´on

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la intersecci´on.

Sean L1, L2 ∈ L3 , entonces existen dos AFDs A1,A2 tales que L1 = L(A1), L2 = L(A2), donde Ai = (Qi, Σ, δi, qi, Fi), i = 1, 2 Construimos A′ = (Q, Σ, δ, q0, F) donde:

Q = Q1 × Q2

q0 = [q1, q2]

F = F1 × F2

δ([p1, p2], a) = [δ1(p1, a), δ2(p2, a)],

p1 ∈ Q1, p2 ∈ Q2, a ∈ Σ

L(A′) = L1 ∩ L2

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 6 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Intersecci´on

AFD para L(A1) ∩ L(A3).

ab

1,A 2,B 1,B

a

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 7 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Uni´on

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la uni´on.

Sean L1, L2 ∈ L3 , entonces existen dos AFDs completos A1,A2 tales que L1 = L(A1), L2 = L(A2), donde Ai = (Qi, Σ, δi, qi, Fi), i = 1, 2

Construimos A′ = (Q, Σ, δ, q0, F) donde:

Q = Q1 × Q2

q0 = [q1, q2]

F = F1 × Q2 ∪ Q1 × F2

δ([p1, p2], a) = [δ1(p1, a), δ2(p2, a)],

p1 ∈ Q1, p2 ∈ Q2, a ∈ Σ

L(A′) = L1 ∪ L2

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 8 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

AFD para L(A2) ∪ L(A3).

b

a

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

1,A 2,B 1,B aa

b

b

a

3,A 3,B

b a,b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 9 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Complementaci´on y Diferencia

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la Complementaci´on.

Sea L ∈ L3 , entonces existe un AFD completo A tal que L = L(A) donde A = (Q, Σ, δ, q0, F). Definimos el aut´omata A′ = (Q, Σ, δ, q0, Q-F).

L(A′) = L

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la Diferencia.

Sean L1, L2 ∈ L3 . N´otese que L1-L2 = L1 ∩ L2.

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 10 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Complementaci´on AFD para L(A2).

a

1 2 b

ba

3

a,b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 11 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Reverso

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto al Reverso.

Sea L ∈ L3 , entonces existe un aut´omata

A = (Q, Σ, δ, q0, {qf }) tal que L(A) = L.

Si |F| > 1 puede modificarse el aut´omata para que posea un ´unico estado final.

Construimos A′ = (Q, Σ, δ′, qf, {q0}) donde:

q ∈ δ(p, a) ↔ p ∈ δ′(q, a) para a ∈ Σ ∪ {λ}.

L(A′) = Lr

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 12 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on Operaciones

Reverso

Aut´omata para (L(A2))r. b

de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

1 2 a

a

b

λ

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

3 qf λ

a,b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 13 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Concatenaci´on

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la Concatenaci´on.

Sean L1, L2 ∈ L3 , entonces existen dos aut´omatas A1,A2 tales que L1 = L(A1), L2 = L(A2) donde

Ai = (Qi, Σ, δi, qi, Fi),(i = 1, 2) y tales que Q1 ∩ Q2 = ∅ Construimos A′ = (Q, Σ, δ′, q1, F2) donde:

Q = Q1 ∪ Q2

δ′ = δ1 ∪ δ2 ∪ δ′′ donde q2 ∈ δ′′(p, λ), ∀p ∈ F1

L(A′) = L1 · L2

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 14 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Concatenaci´on

Aut´omata para L(A1) · L(A3).

a

1 2

b

λ

a

A B

b a,b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 15 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Clausura

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a la Clausura.

Sea L ∈ L3 , entonces existe un aut´omata A tal que L = L(A) donde A = (Q, Σ, δ, q0, F) Construimos A′ = (Q′, Σ, δ′, qn, F′) donde:

Q′ = Q ∪ {qn}, qn 6∈ Q

F′ = F ∪ {qn}

δ′(p, a) = δ(p, a), para todo p ∈ Q y para todo a ∈ Σ qn ∈ δ′(p, λ), para todo p ∈ F

δ′(qn, λ) = {q0}

L(A′) = L∗

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 16 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on Operaciones

Clausura

Aut´omata para (L(A2))∗. a

de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

1 2 b

ba

λ

λ

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

3 qn

a,b

λ

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 17 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Homomorfismo Inverso

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a Homomorfismo Inverso.

Sea h : Σ → ∆∗ un homomorfismo y L ⊆ ∆∗, L ∈ L3. Existe un AFD A tal que L = L(A), A = (Q, ∆, δ, q0, F). Construimos A′ = (Q, Σ, δ′, q0, F) donde:

δ′(p, a) = δ(p, h(a)), ∀p ∈ Q, ∀a ∈ Σ

L(A′) = h−1(L)

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 18 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Homomorfismo Inverso

Sea h : {0, 1} → {a, b}∗ un homomorfismo tal que h(0) = ab, h(1) = ba. El aut´omata para h−1(L(A2)) es: 0 1

1 2

10

3

0,1

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 19 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Cociente (per la derecha) de un lenguaje por una cadena

Los lenguajes regulares son cerrados respecto del cociente por una cadena.

Sea u ∈ Σ∗i L ∈ L3 , entonces existe un AFD completo A tal que L = L(A) y donde A = (Q, Σ, δ, q0, F).

Construimos A′ = (Q, Σ, δ, δ(q0, u), F) donde:

L(A′) = u−1L

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 20 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Cociente (per la derecha) de un lenguaje por una cadena

Σ = {a, b}, u = aba. Aut´omata para u−1L(A2). a

1 2

b

ba

3

a,b

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 21 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Minimizaci´on de AFDs

Un AFD A = (Q, Σ, δ, q0, F) es accesible si para todo q ∈ Q existe una palabra x ∈ Σ∗tal que δ(q0, x) = q

Relaci´on de indistinguibilidad en Q

Sea A = (Q, Σ, δ, q0, F) un AFD completo y accesible. Definimos la relaci´on de indistiguibilidad ∼ en Q como:

∀q, q′ ∈ Q : (q ∼ q′ ↔ ∀x ∈ Σ∗(δ(q, x) ∈ F ↔ δ(q′, x) ∈ F))

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 22 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Aut´omata cociente

Sea A = (Q, Σ, δ, q0, F) un AFD completo y accesible y sea la relaci´on de indistiguibilidad ∼.

Se define el aut´omata cociente A/ ∼= (Q, Σ, δ′, q0, F) como: Q = {[q]∼ | q ∈ Q}

q0 = [q0]∼

F = {[q] | q ∈ F}

δ′([q]∼, a) = [δ(q, a)]∼

Sea A = (Q, Σ, δ, q0, F) un AFD completo y accesible y sea la relaci´on de indistiguibilidad ∼.

El automata A/ ∼ es el AFD m´ınimo que acepta L(A).

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 23 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Minimizaci´on de AFDs

Sea A = (Q, Σ, δ, q0, F) un AFD completo y accesible y sea un entero k ≥ 0. Se define la relaci´on de k-indistinguibilidad ∼k como:

∀q, q′ ∈ Q : (q ∼k q′ ↔

∀x ∈ Σ∗, |x| ≤ k,(δ(q, x) ∈ F ↔ δ(q′, x) ∈ F))

Se cumple que:

para cualquier k ≥ 0, p ∼k+1 q → p ∼k q

para cualquier k ≥ 0, p ∼ q → p ∼k q

para cualquier k ≥ 0, p ∼k+1 q ↔ p ∼k q y para cualquier a ∈ Σ, δ(p, a) ∼k δ(q, a)

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 24 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo de minimizaci´on de AFD:

1. π0 = {Q − F, F}

2. Obtener πk+1 a partir de πk B(p, πk+1) == B(q, πk+1) si y solo si

B(p, πk ) == B(q, πk )

y para todo a ∈ Σ, B(δ(p, a), πk ) == B(δ(q, a), πk )

3. Si πk+1 es distinta a πk ir a 2

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 25 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on Operaciones

Minimizaci´on de AFDs

Ejemplo de minimizaci´on 1. a

de cierre Intersecci´on Uni´on

q0 q1 a

Complementaci´on y Diferencia

b

a

b

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo

b

q2 q3 a

b

Inverso

Cociente de un lenguaje por una

b

a

b

cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

q4 q5 a

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 26 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Minimizaci´on de AFDs

a b

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

π0 :

B0 q0 B0 B1 q1 B0 B0

q3 B1 B0

q5 B1 B0

B1 q2 B0 B1 q4 B0 B0

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 27 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Minimizaci´on de AFDs

a b

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

π1 :

B0 q0 B1 B3 B1 q1 B0 B2 B2 q3 B3 B2 q5 B4 B1

B3 q2 B2 B4 B4 q4 B2 B0

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 28 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Minimizaci´on de AFDs

a b

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

π2 :

B0 q0 B1 B4 B1 q1 B0 B2 B2 q3 B4 B3 B3 q5 B5 B1 B4 q2 B2 B5 B5 q4 B3 B0

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 29 / 33

Minimizaci´on de AFDs

Minimizaci´on

de aut´omatas

y operaciones

sobre los

lenguajes

regulares

a

U.D.

Computaci´on Operaciones

π3 = π2B0 B1 a

de cierre Intersecci´on

b

a

b

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

b

B4 B2 a

b

Reverso

Concatenaci´on Clausura

b

a

b

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

B5 B3 a

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 30 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on Operaciones

Minimizaci´on de AFDs

Ejemplo de minimizaci´on 2. a

de cierre Intersecci´on Uni´on

q0 q1 a

Complementaci´on y Diferencia

b

a

b

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo

b

q2 q3 a

b

Inverso

Cociente de un lenguaje por una

b

a

b

cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

q4 q5 a

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 31 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Minimizaci´on de AFDs

a b

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

π0 :

B0 q1 B1 B0 q3 B1 B0

q5 B1 B0

B1 q0 B0 B1 q2 B0 B1

q4 B0 B1

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 32 / 33

Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los

lenguajes

regulares

U.D.

Computaci´on

Operaciones de cierre

Intersecci´on

Uni´on

Complementaci´on y Diferencia

Reverso

Concatenaci´on Clausura

Homomorfismo Inverso

Cociente de un lenguaje por una cadena

Minimizaci´on de AFDs

Algoritmo

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Minimizaci´on de AFDs

b b

a

π1 = π0B1 B0 a

U.D. Computaci´on (DSIC - UPV) Minimizaci´on de aut´omatas y operaciones sobre los lenguajes regulares 2017-18 33 / 33